

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2025

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

23-CH-A6 DYNAMIQUE ET COMMANDE DES PROCESSUS

Question 1 [15 points]

Répondez aux questions ci-dessous et justifiez brièvement vos réponses :

- a) **[3 points]** Pourquoi est-il préférable d'avoir un contrôleur rétroactif de type PI ou PID plutôt que P seulement (hypothèse : boucle de régulation stable)?
- b) **[3 points]** Pour la conception des contrôleurs, quel est l'avantage de la méthode IMC (*internal model control*), incluant son schéma de contrôle, comparativement à la méthode par synthèse directe?
- c) **[3 points]** Que se passe-t-il lorsqu'un contrôleur de type rétroactif, ou encore la vanne ou la pompe qu'il actionne, est saturé(e)?
- d) **[3 points]** Vrai ou faux (justifiez aussi votre réponse) : un schéma de contrôle en commande par anticipation (*feedforward control*) utilisé seul permet d'atteindre un changement de consigne.
- e) **[3 points]** Pourquoi est-il utile de connaître la marge de gain et la marge de phase d'un contrôleur de type PID pour un système donné?

Question 2 [20 points]

La réponse dynamique $y(t)$ d'une unité à une fonction d'excitation $u(t)$ est illustrée à la figure 1 ci-dessous.

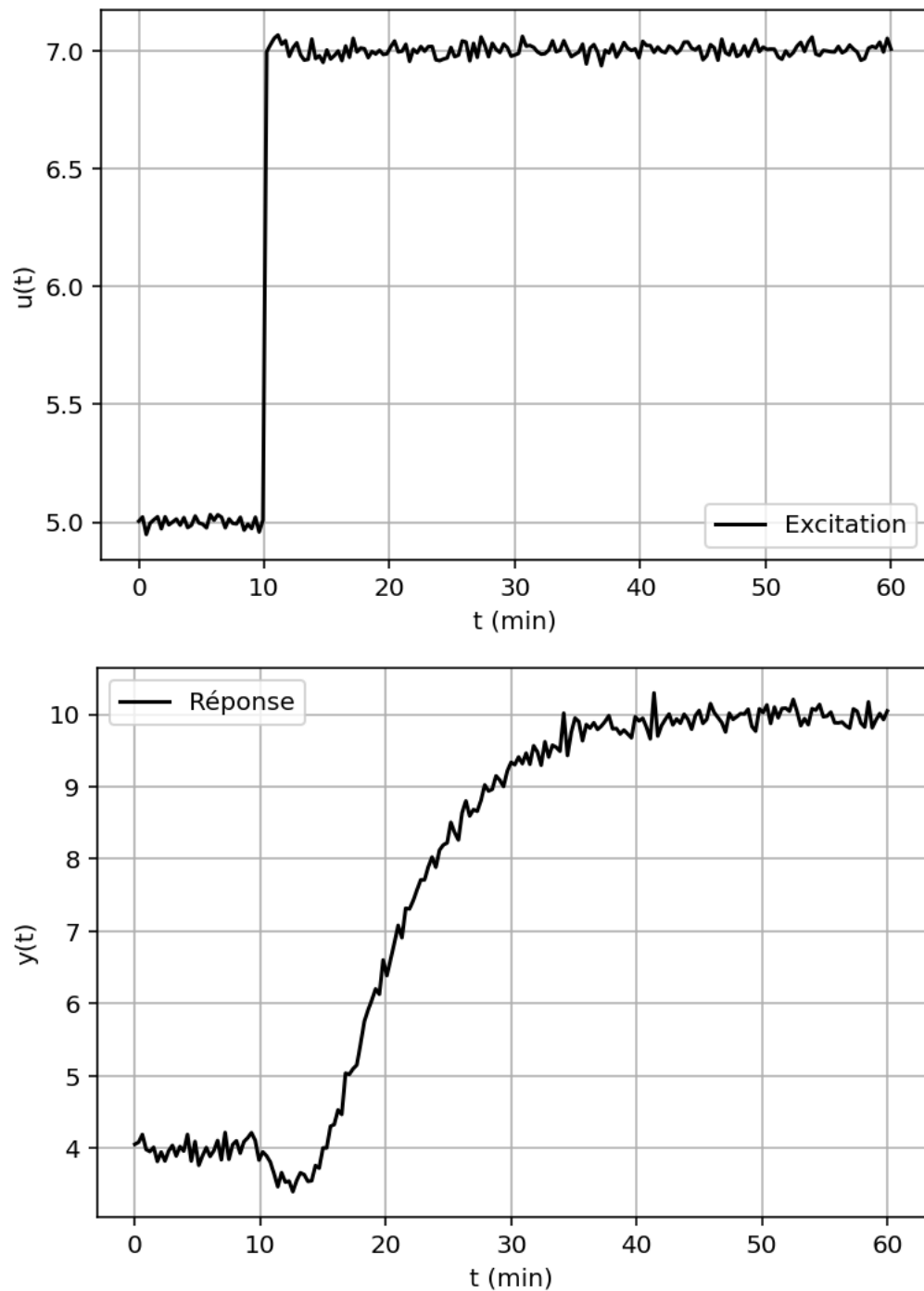


Figure 1 : Fonction d'excitation $u(t)$ et réponse $y(t)$.

Question 2 (suite)

- a) **[12 points]** Proposez une fonction de transfert $G(s)$ d'ordre 1 avec temps de retard qui pourrait approximer le comportement de cette unité et déterminez la valeur des paramètres caractéristiques (gain, constante de temps et temps de retard (*time delay*)).
- b) **[8 points]** Pour le modèle obtenu en a) :
 - i) [6 points] Trouvez les paramètres K_c et τ_i d'un contrôleur PI (de forme parallèle idéale) en utilisant la méthode de synthèse directe (temps de réponse imposé $\tau_c = \theta$).
 - ii) [2 points] Proposez un changement pour rendre ce contrôleur plus robuste.

Question 3 [25 points]

Un réservoir tampon comprenant un déversoir est illustré sur la figure 2 ci-dessous. La section A de ce réservoir est constante, tout comme la masse volumique du liquide.

Le débit à la sortie $q_1 = ah^{3/2}$, où h est le niveau de liquide dans le réservoir. En raison d'un problème de corrosion, le réservoir perce au fond, de sorte qu'il s'en écoule un débit $q_2 = b\sqrt{h}$.

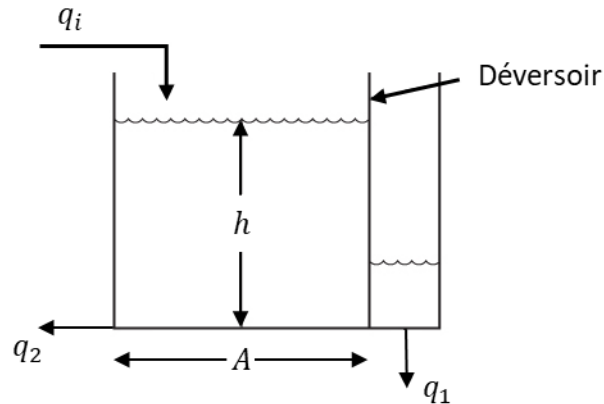


Figure 2 : Réservoir tampon comprenant un déversoir et variables du problème.

Paramètres du problème :

$A = 5 \text{ m}^2$	$q_i = 4 \text{ m}^3/\text{min}$	$a = 0,25 \text{ m}^{3/2}/\text{min}$	$b = 1 \text{ m}^{5/2}/\text{min}$
---------------------	----------------------------------	---------------------------------------	------------------------------------

- [5 points]** Vérifiez que $h = 4 \text{ m}$ est un point d'opération en régime permanent.
- [10 points]** Linéarisez le modèle autour de ce point d'opération en régime permanent.
- [5 points]** Donnez la fonction de transfert reliant le niveau h à l'entrée q_i .
- [5 points]** Quels sont ses paramètres caractéristiques (gain, constante de temps) de la fonction de transfert obtenue en c)?

Question 4 [20 points]

Considérez le fond de colonne à distiller et ses instruments, tel qu'illustré à la Figure 3. L'objectif principal est de contrôler la composition pour un plateau. La température du plateau, mesurée par l'instrument TT , est un bon indicateur de la composition. Vous savez que les débits d'alimentation (*feed*) et de vapeur sont sujets à fluctuations, et tous les deux sont mesurés par des débitmètres FT . La seule variable manipulée, à l'aide de la vanne, est le débit de vapeur.

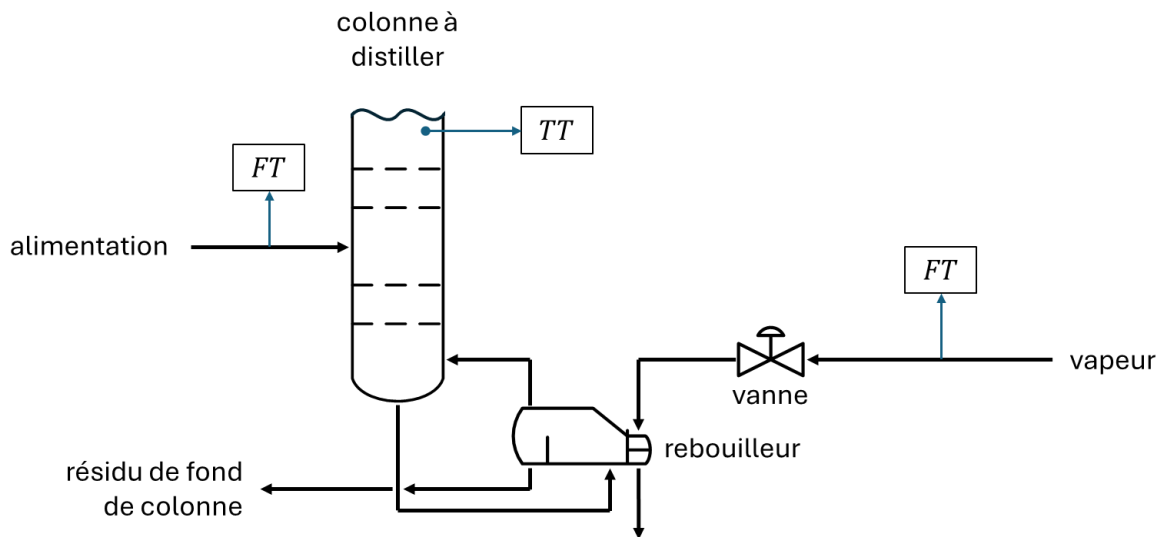


Figure 3 : Fond de colonne à distiller et ses instruments.

- [6 points]** Proposez un schéma de régulation par rétroaction pour atteindre l'objectif de contrôle.
- [6 points]** Proposez un schéma de contrôle par anticipation (*feedforward controller*) qui pourrait être ajouté à la rétroaction.
- [8 points]** Ce fond de colonne à distiller est modélisé par les fonctions de transfert suivantes entre les variables contrôlée $Y'(s)$, manipulée $U'(s)$ et de perturbation $D'(s)$:

$$\frac{Y'(s)}{D'(s)} = \frac{1e^{-40s}}{120s + 1}, \quad \frac{Y'(s)}{U'(s)} = \frac{4e^{-60s}}{180s + 1}.$$

En supposant que les appareils de mesure et la vanne ont des dynamiques négligeables comparativement à ces fonctions de transfert, faites la conception d'un contrôleur par anticipation basé sur un modèle « dynamique ». Est-ce que ce contrôleur est physiquement réalisable ? Pourquoi ?

Question 5 [20 points]

Un procédé avec amortissement critique est modélisé par la fonction de transfert :

$$G_p = \frac{2(0,5s + 1)e^{-1,5s}}{(s^2 + 2s + 1)}$$

Il est contrôlé par un schéma de contrôle en rétroaction standard, avec le contrôleur PID de forme parallèle idéale suivant :

$$G_c = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right).$$

Pour les besoins du problème, supposez que $G_v = G_m = K_m = 1$.

- a) **[10 points]** Proposez un contrôleur PID idéal (c.-à-d. donnez les valeurs K_c, τ_i, τ_d) en utilisant la méthode IMC (*internal model control*), avec temps de réponse imposé $\tau_c = 1,5$. Au besoin, vous référez à l'Annexe 1.
- b) **[10 points]** Un diagramme de Bode est tracé pour ce système de régulation par rétroaction. La figure 4 illustre ce diagramme. Déterminez la marge de gain (*gain margin*). Est-ce que le système est stable ?

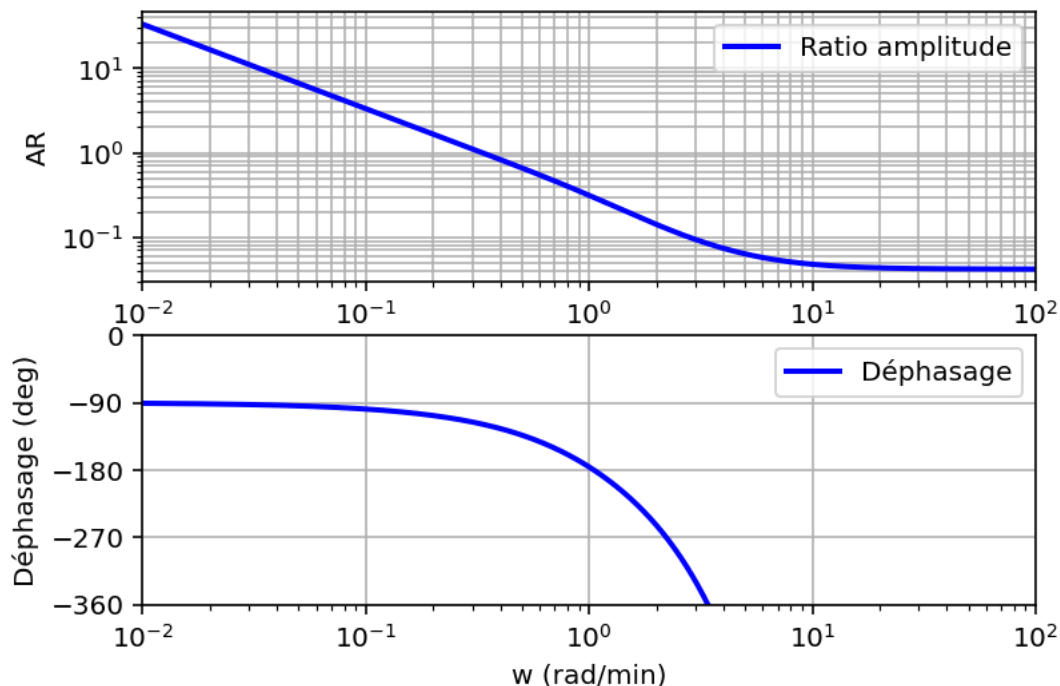


Figure 4 : Diagramme de Bode, montrant le ratio d'amplitude AR et le déphasage ϕ (*phase shift*, en degrés °) en fonction de la fréquence angulaire ω .

Annexe 1 : Paramètres d'ajustement de contrôleurs IMC

Tableau tiré de : Seborg, D. E.; Edgar, T. F.; Mellichamp, D. A.; Doyle, F. J. Process Dynamics and Control, Fourth edition.; Wiley: Hoboken, NJ, 2017.

Table 12.1 IMC Controller Settings for Parallel-Form PID Controller (Chien and Fruehauf, 1990)

Case	Model	$K_c K$	τ_I	τ_D
A	$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c}$	τ	—
B	$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c}$	$\tau_1 + \tau_2$	$\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$
C	$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
D	$\frac{K(-\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}, \beta > 0$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c + \beta}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
E	$\frac{K}{s}$	$\frac{2}{\tau_c}$	$2\tau_c$	—
F	$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau}{\tau_c^2}$	$2\tau_c + \tau$	$\frac{2\tau_c \tau}{2\tau_c + \tau}$
G	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c + \theta}$	τ	—
H	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{\tau_c + \frac{\theta}{2}}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	$\frac{\tau \theta}{2\tau + \theta}$
I	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3$	$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\tau_3}{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}$
J	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$2\zeta \tau - \tau_3$	$\frac{\tau^2 - (2\zeta \tau - \tau_3)\tau_3}{2\zeta \tau - \tau_3}$
K	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
L	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau^2}{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
M	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \theta$	—
N	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2}$	$2\tau_c + \theta$	$\frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta}$
O	$\frac{K e^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \tau + \theta$	$\frac{(2\tau_c + \theta)\tau}{2\tau_c + \tau + \theta}$